

Übungen, Blatt 9

**21 A)** Retardierte und avancierte Greensche Funktion. Antikommutatorfunktion (Bose-Fall)

Die retardierte und avancierte thermale Greensche Funktion und die thermale Antikommutatorfunktion sind wie folgt definiert:

$$D_{\beta}^R(t) := \Theta(t) \langle [\mathbf{q}(t), \mathbf{q}(0)] \rangle_{\beta} \quad , \quad D_{\beta}^A(t) := -\Theta(-t) \langle [\mathbf{q}(t), \mathbf{q}(0)] \rangle_{\beta} \quad ,$$

$$D_{\beta}^{AC}(t) := \langle \{\mathbf{q}(t), \mathbf{q}(0)\} \rangle_{\beta} \quad .$$

- a) Drücken Sie diese Funktionen durch die vom **Blatt 8** bekannten Greenschen Funktionen  $D_{\beta}^{\pm}(t)$  und  $D_{\beta}(t)$  aus.
- b) Wie lassen sich die Fourier-Transformierten  $\tilde{D}_{\beta}^R(\omega)$ ,  $\tilde{D}_{\beta}^A(\omega)$  und  $\tilde{D}_{\beta}^{AC}(\omega)$  dieser Funktionen durch die Spektraldichte  $\tilde{\rho}_{\beta}(\omega)$  und  $N_{\beta}(\omega)$  (siehe **Blatt 8, Aufgabe 18 e)**) bestimmen?
- c) Schreiben Sie die Fourier-Transformierten dieser Funktionen im harmonischen Fall auf. Was fällt auf?
- d) Wie kommt man von der Matsubara-Zweipunktfunktion im harmonischen Fall zu  $\tilde{D}_{\beta}^{R,0}(\omega)$ ?
- e)  $\tilde{D}_{\beta}^{R,0}(\omega)$ ,  $\tilde{D}_{\beta}^{A,0}(\omega)$  und  $\tilde{D}_{\beta}^{AC,0}(\omega)$  sind auf jeweils zwei Arten durch die vier Matrixelemente der Fourier-Transformation  $\tilde{\mathbf{G}}_{\beta}^{(0,\sigma)}(\omega)$  des harmonischen ( $\sigma$ -Wahl abhängigen) Reellzeitpropagators gegeben. Wie sehen diese Beziehungen aus?
- f) Finden Sie die Ähnlichkeitstransformation  $\mathbf{Q}(\sigma)$ , die folgendes bewirkt:

$$\mathbf{Q}(\sigma) \tilde{\mathbf{G}}_{\beta}^{(0,\sigma)}(\omega) \mathbf{Q}^{-1}(\sigma) = \hat{\mathbf{D}}_{\beta}^{(0,\sigma)}(\omega) := \begin{pmatrix} 0 & e^{\hbar\omega\sigma} \tilde{D}_{\beta}^{R,0}(\omega) \\ e^{-\hbar\omega\sigma} \tilde{D}_{\beta}^{A,0}(\omega) & \tilde{D}_{\beta}^{AC,0}(\omega) \end{pmatrix} .$$

**21 B)** Aufgabe **21 A)** für den *Fermi*-Fall.

**22)** Freier Reellzeitpropagator mit extra Massenterm (Bose-Fall)

Betrachten Sie im Reellzeitformalismus mit der Wahl  $\sigma = \beta/2$  den harmonischen Bose-Oszillator mit zusätzlichem Term  $L = -\frac{\mu^2}{2\omega_B} q^2$  in der *Lagrange*-Funktion. Dieser Term soll als Wechselwirkung behandelt werden.

- a) Welche Diagramme tragen zum Propagator  $\tilde{G}_{\beta; ++}(\omega; \mu^2)/\omega_B$  bei? Benützen Sie die regularisierte Version der  $\delta(\omega^2 - \omega_B^2)$ -Funktion.

- 2 -

- b) Behandeln Sie zunächst den Beitrag der Ordnung  $\mu^2$ . Verifizieren Sie, dass er als  $\mu^2 \frac{\partial}{\partial \omega_B^2} \tilde{G}_{\beta; ++}^{(0)}(\omega)/\omega_B$  geschrieben werden kann.
- c) Was ergibt sich, wenn alle Ordnungen in  $\mu^2$  summiert werden?
- d) Diese Rechnung zeigt, dass die alleinige Verwendung des sog. *Dolan-Jackiw*-Propagators inkonsistent ist.