
Übungen, Blatt 9

---

21 A) Retardierte und avancierte Greensche Funktion. Antikommutatorfunktion (Bosefall)

Die retardierte und avancierte thermale *Green*sche Funktion und die thermale Antikommutatorfunktion sind wie folgt definiert:

$$D^R_\beta(t) \;:=\; \Theta(t) \,< [\mathbf{q}(t)\,,\,\mathbf{q}(0)] >_\beta \quad , \quad D^A_\beta(t) \;:=\; -\Theta(-t) \,< [\mathbf{q}(t)\,,\,\mathbf{q}(0)] >_\beta \;,$$

$$D^{AC}_\beta(t) \;:= \;< \{\mathbf{q}(t)\,,\,\mathbf{q}(0)\} >_\beta \;.$$

a) Drücken Sie diese Funktionen durch die vom **Blatt 8** bekannten *Green*schen Funktionen $D^\pm_\beta(t)$ und $D_\beta(t)$ aus.

b) Wie lassen sich die *Fourier*-Transformierten $\tilde{D}^R_\beta(\omega), \tilde{D}^A_\beta(\omega)$ und $\tilde{D}^{AC}_\beta(\omega)$ dieser Funktionen durch die Spektraldichte $\tilde{\rho}_\beta(\omega)$ und $N_\beta(\omega)$ (siehe **Blatt 8, Aufgabe 18 e)**) bestimmen?

c) Schreiben Sie die *Fourier*-Transformierten dieser Funktionen im harmonischen Fall auf. Was fällt auf?

d) Wie kommt man von der *Matsubara*-Zweipunktfunktion im harmonischen Fall zu $\tilde{D}^{R,0}_\beta(\omega)$?

e) $\tilde{D}^{R,0}_\beta(\omega)\,,\, \tilde{D}^{A,0}_\beta(\omega)$ und $\tilde{D}^{AC,0}_\beta(\omega)$ sind auf jeweils zwei Arten durch die vier Matrixelemente der *Fourier*- Transformation $\tilde{\mathbf{G}}^{(0,\sigma)}_\beta(\omega)$ des harmonischen (σ-Wahl abhängigen) Reellzeitpropagators gegeben. Wie sehen diese Beziehungen aus?

f) Finden Sie die Ähnlichkeitstransformation $\mathbf{Q}(\sigma)$, die folgendes bewirkt:

$$\mathbf{Q}(\sigma)\,\tilde{\mathbf{G}}^{(0,\sigma)}_\beta(\omega)\,\mathbf{Q}^{-1}(\sigma) \;=\; \hat{\mathbf{D}}^{(0,\sigma)}_\beta(\omega) \;:=\; \begin{pmatrix} 0 & e^{-\hbar\omega\sigma}\,\tilde{D}^{A,0}_\beta(\omega) \\ e^{+\hbar\omega\sigma}\,\tilde{D}^{R,0}_\beta(\omega) & \tilde{D}^{AC,0}_\beta(\omega) \end{pmatrix} \;.$$

21 B) Aufgabe 21 A) für den Fermifall.

22) Freier Reellzeitpropagator mit extra Massenterm (Bosefall)

Betrachten Sie im Reellzeitformalismus mit der Wahl $\sigma = \beta/2$ den harmonischen *Bose*-Oszillator mit zusätzlichem Term $L = -\frac{\mu^2}{2\,\omega_B}\,q^2$ in der *Lagrange*-Funktion. Dieser Term soll als Wechselwirkung behandelt werden.

a) Welche Diagramme tragen zum Propagator $\tilde{G}_{\beta;++}(\omega;\mu^2)/\omega_B$ bei? Benützen Sie die regularisierte Version der $\delta(\omega^2-\omega_B^2)$-Funktion.

Weiter auf Seite - 2 -

b) Behandeln Sie zunächst den Beitrag der Ordnung μ^2. Verifizieren Sie, dass er als $\mu^2 \frac{\partial}{\partial \omega_B^2} \tilde{G}^{(0)}_{\beta;++}(\omega)/\omega_B$ geschrieben werden kann.

c) Was ergibt sich, wenn alle Ordnungen in μ^2 summiert werden?

d) Diese Rechnung zeigt, dass die alleinige Verwendung des sog. *Dolan-Jackiw*-Propagators inkonsistent ist.