

---

Geplanter Inhalt der Saalübung 9 am Montag, den 20. Juni 2005

---

## I Funktionen II

### c) Stetigkeit und gleichmäßige Stetigkeit

Beispiele: Mit  $\delta - \varepsilon$ -Vorschrift

- i)  $f : [1, b] \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto y = f(x) = x^2$  ist gleichmäßig stetig.
- ii)  $f : \mathbb{R}_0 \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto y = f(x) = x^2$  ist nicht gleichmäßig stetig.
- iii)  $f : \mathbb{R}_0 \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto y = f(x) = x^2$  ist stetig.

### d) Zwischenwertsatz und Fixpunkte

#### 1. Folgerung aus dem Zwischenwertsatzes:

**Satz 1:** Sei  $f : I := [a, b] \subset \mathbb{R} \rightarrow I; x \in [a, b] \mapsto y = f(x) \in [a, b]$  stetig. Dann hat  $f$  (mindestens einen) Fixpunkt.

Beispiel:  $f(x) := x^2, I := [0, 1]$ .

#### 2. Spezieller Abbildungstyp: Kontrahierende Abbildung

Beispiel:  $x \in I := [-1, +1], f(x) := 1 - \mu x^2$  mit  $0 \leq \mu < \frac{1}{2}$ .

#### 3. Satz 2: Sei $f : I := [a, b] \subset \mathbb{R} \rightarrow I; x \in [a, b] \mapsto y = f(x) \in [a, b]$ kontrahierend, dann hat $f$ genau einen Fixpunkt.

Im Beispiel für  $\mu = 1/4$ : Fixpunkt  $x_F = 2(\sqrt{2} - 1)$ .

### e) Elementare Funktionen: Umkehrfunktionen $\sin^{-1}, \cos^{-1}$ und $\tan^{-1}$

#### Skizzen zu d) Abbildungen und Fixpunkte

