
Geplanter Inhalt der Saalübung 11 vom Montag, den 14. Juli 2008

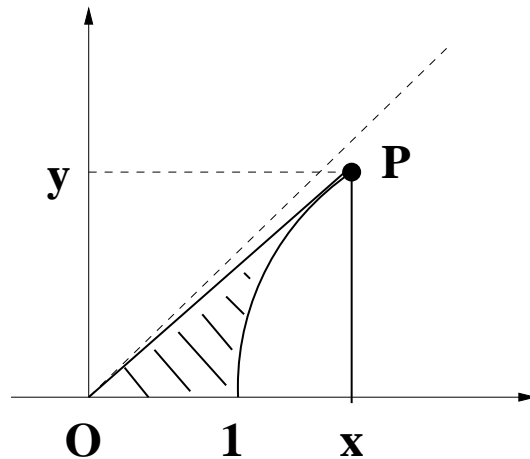
Integration

1. **Bestimmtes Integral** (tritt bei der Mercator Projektion der Erdoberfläche auf)

$$\int_0^{\varphi} \frac{1}{\cos(x)} dx$$

2. **Deutung der Arcosh Funktion als Fläche bei einer Hyperbel**

Gesucht ist die Fläche $F(0, 1, P)$ mit einem Punkt $P(x, y)$ auf dem oberen rechten Ast einer rechtwinkligen Hyperbel. Siehe Skizze.



3. **Bogenlänge von Kurven. Polarwinkel als Einheitskreisbogenlänge**

4. **Produktdarstellung für $\pi/2$ (Wallis 1655) aus Intervallschachtelung**

$$\frac{\pi}{2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\left(\frac{(2n)!!}{(2n-1)!!} \right)^2 \frac{1}{2n+1} \right) = \prod_{k=1}^{\infty} \frac{2k}{2k-1} \frac{2k}{2k+1} .$$

Verwendet **Satz 9.6 c) ii)** : f, g auf $I := [a, b]$ (Riemann) integrierbar.

$$f(x) \leq g(x) \Rightarrow \int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x) dx .$$

Aus dieser Darstellung von $\pi/2$ folgt das asymptotische Verhalten $\binom{2n}{n}/4^n \simeq 1/\sqrt{n\pi}$.
Daraus: $C_n/4^n \simeq 1/(n^{3/2} \sqrt{\pi})$ mit den Catalan Zahlen C_n .