
Übungen, Blatt 12

---

35) Chirale Superfelder sind komplex

Zeigen Sie mittels der Algebra der kovarianten Supersymmetrieableitungen $\bar{D}_{\dot{\alpha}}, D_\alpha$, dass ein reelles chirales Superfeld eine Konstante ist.
D.h. Aus $\bar{D}_{\dot{\alpha}}\,\Phi(z) = 0$ und $\Phi(z) = \overline{\Phi}(z)$ folgt $\Phi(z) = c$ mit einer reellen Konstanten c.

36) Komponentenfeldversion von $\int dz\, K(\overline{\Phi}, \Phi)$

a) Berechnen Sie mit
$\Phi^i(z) = A^i(x) + \sqrt{2}\,\theta^\alpha\,\psi^i{}_\alpha(x) + \theta^\alpha\,\theta_\alpha\,F^i(x) +$ chirale Ergänzung
und entsprechend für die komplex konjugierten antichiralen Superfelder $\overline{\Phi}^{\underline{i}}(z)$ aus
$S_K := \int d^4x\,(-\partial\,\partial/4)\,(-\bar{\partial}\,\bar{\partial}/4)\,K(\overline{\Phi}, \Phi)$ die *Lagrange*dichte mit $S_K = \int d^4x\,\mathcal{L}(x)$.
Verwenden Sie dazu, dass $\int d^4x\,(-\partial\,\partial/4)\,(-\bar{\partial}\,\bar{\partial}/4) = \int d^4x\,\frac{1}{16}\,D\,\bar{D}\bar{D}\,D$ geschrieben werden kann (wenn $\int d^4x\,\partial_a v^a(x) = 0$ gesetzt wird).
Die Komponentenfelder können definiert werden als
$A^i(x) = \Phi^i(z)|\,,\ \sqrt{2}\,\psi^i{}_\alpha(x) = D_\alpha\,\Phi^i(z)\,|\,,\ F^i(x) = -\frac{1}{4}\,DD\,\Phi^i(z)\Big|$ (Wieso?).
Analoges gilt für die komplex konjugierten Felder.

b) Eliminieren Sie in der Komponentenfeldwirkung zu
$S = \int d^4x\,(-\partial\,\partial/4)\,(-\bar{\partial}\,\bar{\partial}/4)\,\left\{K(\overline{\Phi}, \Phi) + \bar{\theta}\,\bar{\theta}\,W(\Phi) + \theta\,\theta\,\overline{W}(\,\overline{\Phi}\,)\right\}$
die Hilfsfelder $F^i(x)$ und $F^{*\underline{i}}(x)$, und geben Sie die *Lagrange*dichte (modulo totalen Raum-Zeitableitungen) an.
Welche Annahmen benötigt man für $K_{i,\underline{j}}(A^*, A) \equiv \frac{\partial^2}{\partial A^i \partial A^{*\underline{j}}}\,K(A^*, A)$?
Geben Sie das Potential $\mathcal{V}(A^*, A)$ an. Wann ist es nichtnegativ?

c) Zeigen Sie die Invarianz der Wirkung S_K unter der *Kähler*transformation

$$K'_{i,\underline{j}}(\overline{\Phi}, \Phi) = K_{i,\underline{j}}(\overline{\Phi}, \Phi) + \Lambda(\Phi) + \bar{\Lambda}(\overline{\Phi})\ .$$

Das Superfeld $\Lambda(\Phi)$ ist chiral und $\bar{\Lambda}(\overline{\Phi}) = (\Lambda(\Phi))^*$ ist anti-chiral.
Was folgt daraus für die *hermite*sche Metrik

$$g_{i\underline{j}}(A^*, A) = \partial_i\,\bar{\partial}_{\underline{j}}\,K(A^*, A)\ ?$$

37) Tensorkalkül für Kählergeometrie

Verifizieren Sie die Behauptungen zum Tensorkalkül auf einer komplexen Mannigfaltigeit mit *hermite*scher (positiv definiter) Metrik vom *Kähler*typ, wie sie im Anhang C der 2. Auflage des *Wess*-*Bagger*-Buches zu finden sind.