
Übungen, Blatt 9

14) *Rosen-Morse* Potential: Reflektions- und Transmissionsamplituden

a) Schreiben Sie die Formeln für die Reflektions-, bzw. Transmissionsamplituden $r(k, a)$, bzw. $t(k, a)$, für den Fall gestaltgleicher Potentiale auf.

b) Betrachten Sie als Beispiel das *Rosen-Morse* Susy-Potential $\Phi(q; a) = a \tanh(q)$. Welches Resultat erhält man für $t(k, N)$ für $N \in \mathbb{N}$?

Hinweis: Benutzen Sie die Tatsache, dass für $a \in \mathbb{N}$ die Hierarchie der Partnerpotentiale in einem verschwindenden Potential endet.

Was kann man über $r(k, a)$ für kleine a Werte sagen?

15) *Coulomb*-Streuungsfunktion

Für die Streufunktionen $S_{k,l}^{\pm}(a)$ für zentralsymmetrische Partnerpotentiale $V_{\pm}(q; l, a)$, die zum Susy-Potential $\Phi(q; l, a)$ gehören, gilt wegen der Supersymmetrie

$$\frac{S_{k,l}^{-}(a)}{S_{k,l}^{+}(a)} = \frac{-ik + \Phi(+\infty; l, a)}{+ik + \Phi(+\infty; l, a)},$$

mit $k = \sqrt{2} \sqrt{\epsilon - \Phi^2(+\infty; l, a)/2}$.

a) Überzeugen Sie sich davon, dass im Fall gestaltgleicher Potentiale $V_{+}(q; l, a) = V_{-}(q; f(l), g(a)) + R(l, a)$ die folgende Formel gilt:

$$S_{k,l}^{-}(a) = \frac{-ik + \Phi(+\infty; l, a)}{+ik + \Phi(+\infty; l, a)} S_{k,f(l)}^{-}(g(a)).$$

b) Iterieren Sie diese Formel für das Beispiel des *Coulomb*-Steupproblems in drei Dimensionen, bei dem als Parameter nur $l \in \mathbb{N}$ auftritt. Input: $S_{k,l=0}^{-}$.

c) Weshalb ist bei der Berechnung des Wirkungsquerschnittes, d.h. des Betragsquadrates der Streuamplitude $f(\Theta)$ für $\Theta \neq 0$ die Größe $S_{k,l=0}^{-}$ irrelevant? Setzen sie $S_{k,0}^{-} = 1$.

Hinweis: $\sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos \Theta) = 2 \delta(1 - \cos \Theta)$ (Beweis?).

d) Geben Sie das Ergebnis für $S_{k,l}^{-}$ an, und vergleichen sie es mit dem, welches in Quantenmechaniklehrbüchern zu finden ist. (Z.B. Landau-Lifschitz, Band III, §133.)