

Übungen, Blatt 1

1) Massives Vektormultiplett

Betrachten Sie die *Lagrangedichte* $\mathcal{L}_V(x) + \mathcal{L}_m(x)$ mit

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_V(x) &:= \frac{1}{4} W^\alpha(z) W_\alpha(z)|_{\theta\theta} + \frac{1}{4} \bar{W}_{\dot{\alpha}}(z) \bar{W}^{\dot{\alpha}}(z)|_{\bar{\theta}\bar{\theta}} \\ \mathcal{L}_m(x) &:= m^2 V^2(z)|_{\theta\theta \bar{\theta}\bar{\theta}},\end{aligned}$$

mit $W_\alpha(z) := -\frac{1}{4} \bar{D}\bar{D} D_\alpha V(z)$ und $\bar{W}_{\dot{\alpha}}(z) = (W_\alpha(z))^*$ und einem reellen Vektorsuperfeld V mit der Komponentenzerlegung

$$\begin{aligned}V(z) &= C(x) + \theta^\alpha \chi_\alpha(x) + \bar{\theta}_{\dot{\alpha}} \bar{\chi}^{\dot{\alpha}}(x) + i\theta\theta M(x) - i\bar{\theta}\bar{\theta} M^*(x) + \theta\sigma^a\bar{\theta} v_a(x) + \\ &+ \theta\theta \bar{\theta}_{\dot{\alpha}} (\bar{\lambda}^{\dot{\alpha}}(x) - \frac{i}{2} \bar{\sigma}^a \partial_a \lambda(x)) + \bar{\theta}\bar{\theta} \theta^\alpha (\lambda_\alpha(x) - \frac{i}{2} \sigma^a \partial_a \bar{\chi}(x)) + \\ &+ \theta\theta \bar{\theta}\bar{\theta} \left(\frac{1}{2} D(x) - \frac{1}{4} \square C(x) \right).\end{aligned}$$

a) Zeigen Sie, unter Verwendung von Aufgabe 35, Blatt 13 von *Supersymmetrie I* für \mathcal{L}_V ,

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_V(x) &= -\frac{1}{4} v^{ab}(x) v_{ab}(x) + \frac{i}{2} \lambda(x) \sigma^a \partial_a \bar{\lambda}(x) - \frac{i}{2} \partial_a \lambda(x) \sigma^a \bar{\lambda}(x) + \frac{1}{2} D^2(x), \\ \mathcal{L}_m(x) &= m^2 \left(\frac{1}{2} v^a(x) v_a(x) - \chi(x) \lambda(x) - \bar{\chi}(x) \bar{\lambda}(x) + 2 M^*(x) M(x) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} C(x) \square C(x) + C(x) D(x) + \frac{i}{2} \bar{\chi}(x) \bar{\sigma}^a \partial_a \lambda(x) + \frac{i}{2} \chi(x) \sigma^a \partial_a \bar{\chi}(x) \right).\end{aligned}$$

b) Definieren Sie neue Felder $\hat{C}(x) := m C(x)$, $\hat{\chi}_\alpha(x) := m \chi_\alpha(x)$ und k.K. sowie ein *Dirac-Spinorfeld* $\Psi(x)$ aus $\hat{\chi}_\alpha(x)$ und $\bar{\lambda}^{\dot{\alpha}}(x)$. Schreiben Sie $\mathcal{L}_V(x) + \mathcal{L}_m(x)$ in diesen neuen Feldern auf, nachdem Sie die Hilfsfelder eliminiert haben.

c) Überzeugen Sie sich davon, dass die im Teil b) gefundene *Lagrangedichte* ein reelles, massives Vektorfeld, ein reelles massives Skalarfeld und ein massives *Diracfeld* beschreibt. Zählen Sie die bosonischen und fermionischen Freiheitsgrade ab.