Übungen, Blatt 9

18) Schlupfloch im Nichtrenormierungstheorem

Wie könnte aus der Integration $\int d^4\theta$ im Nichtrenormierungstheorem doch eine chirale Integration $\int d^2\theta$ werden, d.h. doch evtl. eine Renormierung von Superpotentialtermen nötig werden? Welche Gestalt müssten die ϕ in Aufgabe **17)** haben, um das Theorem zu umgehen?

19) Vektorfeldpropagator

Berechnen Sie den Vektorfeldpropagator aus dem quadratischen Teil der Wirkung in der α-Eichung:

$$S_2[v] = \frac{1}{2}\int d^4x\, d^4y\, v_a^r(x)\, \tilde{K}^{a,b}_{r,s}(x,y)\, v_b^s(y) \ , \ \ \tilde{K}^{a,b}_{r,s}(x,y) = \delta_{r,s}\left(\Box_x\eta^{ab} - \partial_x^a\,\partial_x^b(1-1/\alpha)\right)\delta^4(x-y)\ .$$

Wie sieht der Propagator für $\alpha = 1$ (*Feynman*), $\alpha = 0$ (*Lorentz-Landau*) aus?

20) Geister im abelschen Fall

Betrachten Sie die eichfixierende Funktion $F(v) = \partial_a\, v^a(x) + \frac{\lambda}{2}\, v_a(x)\, v^a(x)$. Schreiben Sie die Lagrangedichte der Geistfelder $\xi(x)$ und $\eta(x)$ auf. Wie sehen die Propagatoren der Geistfelder aus, wie die Wechselwirkung mit dem Eichfeld $v_a(x)$?

21) Vielfachkommutator Berechnung

Zeigen Sie:

$$\left((L_{\mathbf{V}})^n\, T_r\right)_{\cdot}^{\ \cdot} := [\mathbf{V},[\mathbf{V},[\mathbf{V},...[\mathbf{V},T_r\underbrace{]\cdots]}_{\text{n } mal}{}_{\cdot}^{\ \cdot} = (-1)^n\,(\mathbf{V}^n)_r^{\ s}\,(T_s)_{\cdot}^{\ \cdot}\ ,$$

dabei ist $\mathbf{V} = V^r\,(T_r)_{\cdot}^{\ \cdot}$ mit den Generatoren T_r in einer beliebigen Darstellung von $[T_r,T_s] = i\,c_{rs}^{\ \ t}\,T_t$. Im Ergebnis tritt $\mathbf{V}$ in der adjungierten Darstellung auf.

Zusatz: Diese Formel ist nützlich um die endliche Eichtransformation eines nichtabelschen Eichfeldes $A_a^r(x)$ aus der matrixwertigen Definition

$$\mathbf{A}'_a = \mathbf{U}\,\mathbf{A}_a\,\mathbf{U}^{-1} + \frac{1}{ig}\,(\partial_a\,\mathbf{U})\,\mathbf{U}^{-1}$$

zu bestimmen. Verifizieren Sie das folgende Ergebnis mit $\mathbf{U} = exp(i\,\boldsymbol{\alpha}(x))$:

$$A'^{\,r}_a(x) = A_a^s(x)\,(exp(-i\,\boldsymbol{\alpha}))_s^{\ r} - \frac{1}{i\,g}\,(\partial\alpha^s(x))\,\left(\boldsymbol{\alpha}^{-1}\,(exp(-i\,\boldsymbol{\alpha}) - 1)\right)_s^{\ r}\ .$$